

La metodología para la construcción de la curva de puntos circulares es análoga a la anterior, salvo en que se sustituye el cuadrilátero de polos opuestos por uno de los tres cuadrángulos posibles para una posición dada, por ejemplo, la primera. Sea el cuadrángulo elegido el $P_{12}P_{13}P_{34}P_{24}$; se trazan las mediatrices m y n a dos lados opuestos, por ejemplo, los $P_{12}P_{13}$ y $P_{24}P_{34}$. La intersección de las circunferencias trazadas con centro M sobre dichas mediatrices produce dos puntos que pertenecen a la curva de puntos circulares. Los puntos M se obtienen de igual forma que en el caso anterior.

La demostración de los teoremas de Burmester se encuentran en diversas referencias bibliográficas^{11, 48, 49, 74, 85}.

A continuación se presenta la demostración del primer teorema. Sean cuatro posiciones $C_1D_1, C_2D_2, C_3D_3, C_4D_4$ de una barra CD , tales que C_1, C_2, C_3, C_4 están sobre una circunferencia (Fig. 5.4.9). Sean $P_{12}, P_{13}, P_{14}, P_{23}, P_{24}, P_{34}$ los seis polos correspondientes a las cuatro posiciones obtenidas por intersección de las correspondientes mediatrices $c^{12}, d^{12}; c^{13}, d^{13}; \dots$.

De la Fig. 5.4.9 se tiene que

$$\angle P_{12}C_0P_{23} = \angle P_{14}C_0P_{34}$$

ya que

$$\angle P_{14}C_0P_{34} = \alpha = \frac{1}{2}(\varphi_{14} - \varphi_{34})$$

y

$$\angle P_{12}C_0P_{23} = \alpha = \frac{1}{2}(\varphi_{12} + \varphi_{23}),$$

lo que prueba que cuando cuatro puntos de una barra están sobre una circunferencia, el centro de ésta subtende ángulos iguales (o suplementarios) con un cuadrilátero de polos opuestos. Luego el centro C_0 de esta circunferencia es un punto de la curva de centros, quedando demostrado el primer teorema.

En el movimiento inverso, una curva de centros se transforma en una curva de puntos circulares. Por ello, como un polo pertenece a dos posiciones del plano móvil, en la inversión del movimiento para cuatro posiciones un polo siempre está en una circunferencia; de aquí que la curva de centros contenga todos los polos.

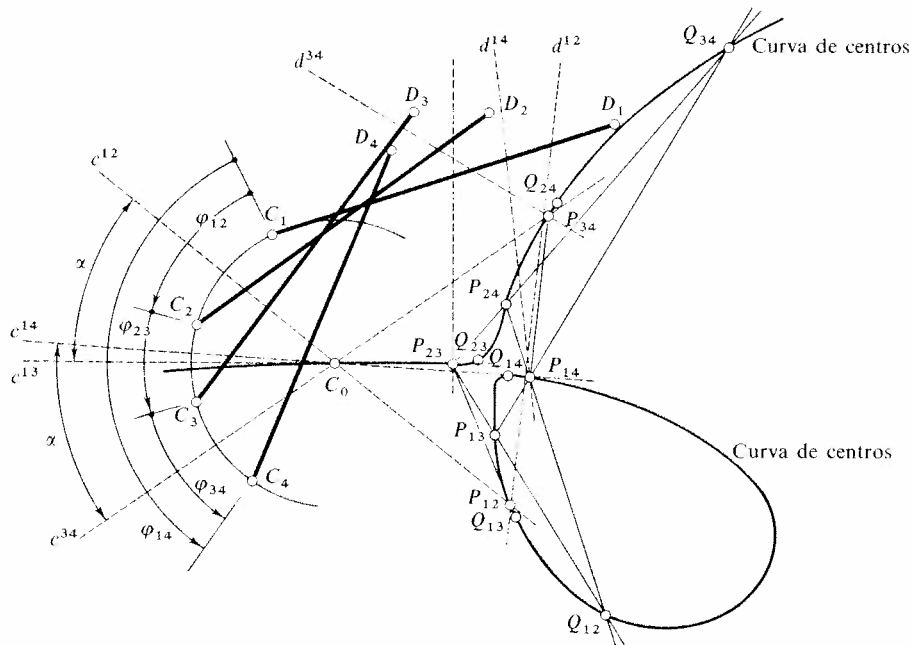


Fig. 5.4.9.