

Cálculo de esfuerzos musculares en la marcha humana mediante optimización estática-fisiológica

F.J. Alonso, G. Galán-Marín, D.R. Salgado

Dpto. de Ingeniería Mecánica. Universidad de Extremadura
fjas@unex.es

R. Pàmies-Vilà, J.M. Font-Llagunes

Dpto. de Ingeniería Mecánica. Universidad Politécnica de Cataluña

Resumen

La determinación de las fuerzas musculares que intervienen en una actividad física es uno de los problemas más importantes de la biomecánica del movimiento humano. El cuerpo humano es un sistema sobreactuado: posee más músculos que los estrictamente necesarios para actuar los grados de libertad del sistema esquelético. Como resultado, las ecuaciones del movimiento del sistema esquelético no bastan para determinar las fuerzas musculares de forma unívoca. Para resolver la indeterminación, se plantea un problema de optimización basado en el comportamiento del sistema nervioso central y el sistema muscular. En general, las técnicas propuestas se clasifican en función de que el problema de optimización sea estático (asociado al análisis dinámico inverso) o dinámico (asociado al análisis dinámico directo). La solución clásica, que emplea optimización estática, es rápida y eficiente, pero no tiene en cuenta la dinámica del comportamiento fisiológico del músculo. Los esquemas de optimización dinámica, por su parte, consideran la fisiología muscular, pero son muy costosos desde el punto de vista computacional. En este artículo se presenta un nuevo esquema de optimización estática que incluye la fisiología muscular (dinámica de contracción muscular) en la formulación del problema de optimización. Este esquema se aplica a la determinación de los esfuerzos musculares del tren inferior durante la marcha. El modelo biomecánico plano empleado está compuesto por 12 segmentos anatómicos actuados por ocho unidades músculo-tendón de Hill.

INTRODUCCIÓN

Uno de los problemas básicos de la biomecánica del movimiento humano es la determinación de las fuerzas musculares que producen un determinado movimiento [1-6]. Las técnicas de entrenamiento deportivo, la Ergonomía o el diseño de dispositivos de rehabilitación y equipo deportivo se beneficiarían del conocimiento preciso de la distribución de fuerzas musculares durante la ejecución de un movimiento o actividad física. Desafortunadamente, la medida directa de estas fuerzas requiere de técnicas invasivas de implementación difícil y costosa que las hace en la práctica inviables [1-5].

El método más extendido para calcular las fuerzas musculares consiste en repartir los momentos articulares obtenidos mediante dinámica inversa entre los diferentes músculos que actúan cada articulación [5]. Este problema de reparto no es trivial, ya que el cuerpo humano es un sistema sobreactuado: posee más músculos que los estrictamente necesarios para actuar los grados de libertad del sistema esquelético. Existen por tanto un infinito conjunto de soluciones que generan el mismo momento resultante a nivel articular. Para obtener una solución única es necesario emplear técnicas de optimización que emulen el comportamiento del sistema nervioso central y el sistema muscular minimizando una función de coste energético o de tensión muscular. En este caso, la optimización se denomina estática, en adelante OE, ya que se resuelve un problema de optimización en cada instante de tiempo. Esta solución clásica del problema de cálculo de esfuerzos musculares, que emplea optimización estática, es rápida y eficiente, pero no tiene en cuenta la dinámica del comportamiento fisiológico del músculo [7-10].

Existe otra solución menos extendida en la comunidad biomecánica debido a su elevado coste computacional:

los esquemas de optimización dinámica basados en dinámica directa [11-13]. En esta formulación, las variables de diseño del problema de optimización son las historias de las fuerzas musculares y la función objetivo es la diferencia entre el movimiento producido por las fuerzas musculares estimadas y el movimiento adquirido experimentalmente. Para resolver este problema se necesita realizar una integración de las ecuaciones de movimiento del sistema multicuerpo, además, el número de variables de diseño (n° de instantes de tiempo de control \times n° de músculos) es mayor que en la OE, lo que aumenta el coste computacional de su resolución. En concreto, Anderson y Pandy [9] necesitaron 10.000 h de CPU para resolver la optimización dinámica de un modelo de cuerpo completo con 54 músculos que simula la mitad de un ciclo de marcha humana (0.56 segundos). El problema de optimización resultante tenía 810 variables de diseño (15 instantes de tiempo de control \times 54 músculos).

Por último, se han propuesto formulaciones de optimización estática-fisiológica, en adelante OEF, que minimizan una función de coste global asociada al movimiento adquirido experimentalmente, como el coste metabólico por unidad de distancia recorrida [1-4], o bien linealizan la dinámica muscular y la introducen como una restricción del problema de optimización estática [14]. Aunque estos esquemas son prometedores, su coste computacional sigue siendo elevado (20 horas y 144 segundos respectivamente para simular un ciclo de marcha completo).

En este artículo se presenta un nuevo esquema de optimización estática que incluye la fisiología muscular (dinámica de contracción muscular) en la formulación del problema de optimización. Este esquema se aplica a la determinación de los esfuerzos musculares del tren inferior durante la marcha humana normal.

MODELO BIOMECÁNICO

Se empleó un modelo biomecánico plano para modelar el sistema músculo-esquelético. El modelo está compuesto por 12 sólidos rígidos unidos por articulaciones de revolución (Fig. (1a)). Cada sólido rígido se caracteriza por su masa, longitud y momento de inercia respecto a su centro de masas y la distancia del centro de masas a la articulación proximal. Los datos antropométricos se han tomado de [15]. Cada pierna está actuada por 8 unidades músculo-tendón de Hill mostradas en la Fig. (1b), que representan los grupos musculares más importantes del tren inferior [1-2].

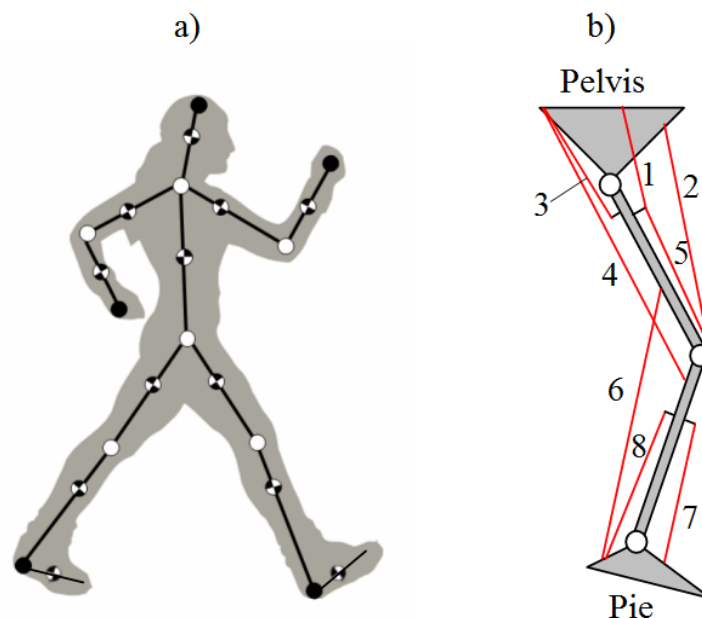


Fig. 1. a) Modelo biomecánico plano del cuerpo humano. b) Músculos: 1-Psoas mayor, 2-Recto femoral, 3-Glúteo, 4-Biceps femoral, 5-Vasto, 6-Gastrocnemio, 7-Tibial anterior, 8-Sóleo.

Modelo muscular

El comportamiento del sistema neuromuscular se reproduce mediante dos ecuaciones diferenciales en cascada: la ecuación de activación, que relaciona excitación neuronal $u(t)$ producida por el sistema nervioso central con la activación de cada unidad muscular $a(t)$ y la ecuación de contracción, que relaciona la activación $a(t)$ con la fuerza $f_{mt}(t)$ que realiza la unidad músculo-tendón [16-17]. En este trabajo se desprecia la dinámica de activación pues representa simplemente un retardo temporal entre la excitación producida por el sistema nervioso central y la respuesta del músculo en forma de activación [1-2].

El modelo de Hill [16] es un modelo mecánico (cuasi-determinista, cuasi-empírico) que permite determinar las fuerzas que ejercen los músculos reproduciendo la dinámica de contracción muscular humana. Está compuesto por un elemento activo contráctil (CE) y dos elementos pasivos: uno en paralelo (PE) y otro en serie (SE), que representan las rigideces del tejido conectivo que envuelve el músculo y el tendón respectivamente (Figs. (2a) y (2b)).

La fuerza que realiza la unidad músculo-tendón $f_{mt}(t)$ depende del nivel de activación muscular, que puede variar entre cero y uno, y del comportamiento fisiológico del músculo, esto es, de la longitud del elemento contráctil $l_{ce}(t)$ y de su velocidad de contracción $\dot{l}_{ce}(t)$ definidas por las curvas fuerza-longitud y fuerza-velocidad de contracción del elemento contráctil (Figs. (2c) y (2d)).

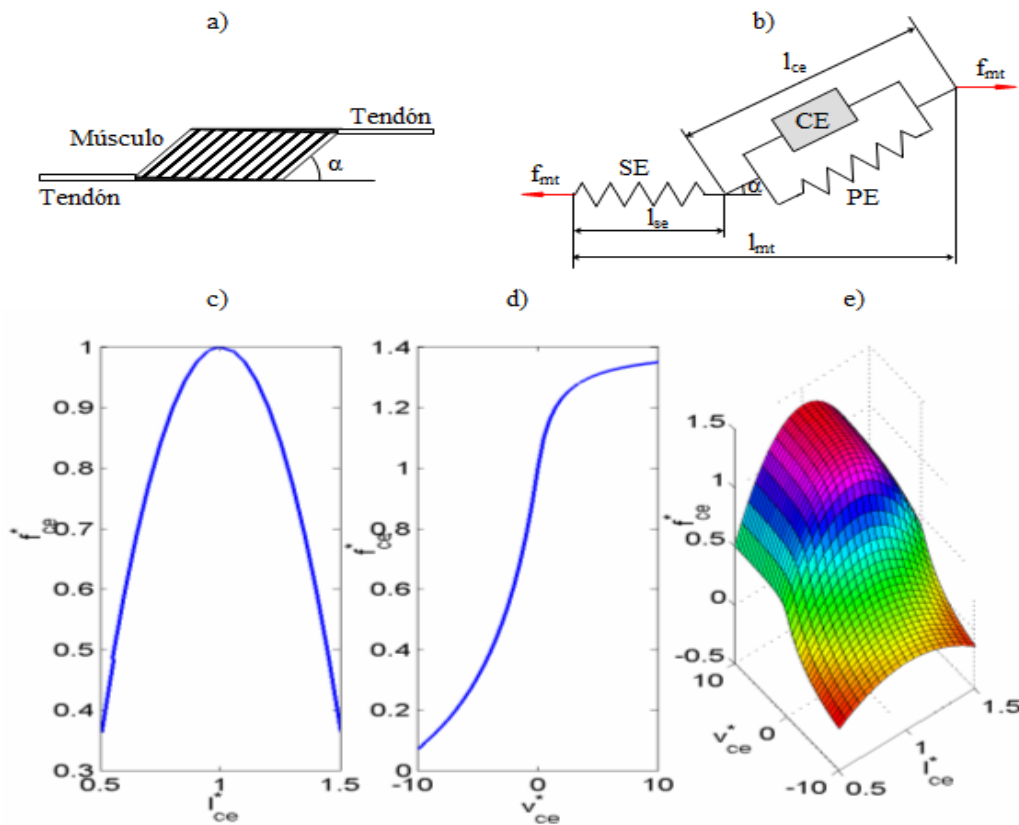


Fig. 2. Modelo de la unidad músculo-tendón. a) Esquema conceptual. b) Modelo de Hill [16]. Capacidad de generación de fuerza muscular (normalizada) del elemento contráctil CE. c) Relación fuerza-longitud. d) Relación fuerza-velocidad de contracción. e) Relación fuerza-longitud-velocidad de contracción.

Las relaciones básicas del modelo de Hill [1-6, 16-17] son:

$$l_{mt} = l_{se} + l_{ce} \cos \alpha \quad (1)$$

$$f_{mt} = f_{se} = (f_{ce} + f_{pe}) \cos \alpha \approx f_{ce} \cos \alpha \quad (2)$$

ya que la fuerza en el elemento paralelo (PE) es despreciable frente a la fuerza desarrollada por el elemento contráctil (CE) [1-4]. La fuerza en el elemento serie (tendón), se puede expresar como:

$$f_{se} = f_{mt} = \begin{cases} 0 & \text{si } l_{se} < l_{ts} \\ k_t(l_{se} - l_{ts})^2 & \text{si } l_{se} > l_{ts} \end{cases} \quad (3)$$

donde l_{ts} es la longitud del tendón cuando está relajado (longitud natural del tendón). La ecuación anterior asegura que el músculo trabaje contrayéndose. k_t es la rigidez del tendón:

$$k_t = \frac{f_0}{(\varepsilon_0 l_{ts})^2} \quad (4)$$

Siendo f_0 la fuerza isométrica máxima que puede realizar el elemento contráctil y ε_0 la deformación del tendón al aplicar esa fuerza, que se supone igual al 4% de l_{ts} .

Respecto a la fuerza desarrollada en el elemento contráctil, la expresión de la relación fuerza-longitud (Fig. (2c)) es:

$$f_{ce} = f_0 \left[1 - \left(\frac{l_{ce} - l_{ce}^{opt}}{w} \right)^2 \right] \quad (5)$$

Siendo l_{ce}^{opt} la longitud óptima del elemento contráctil y w el cambio máximo relativo (en porcentaje) de longitud del CE respecto a su longitud óptima.

Por último, la relación fuerza-velocidad (Fig. (2d)) es:

$$\frac{f_{ce}}{f_0} = a \cdot \frac{B_r(f_{iso} + A_r) - A_r \left(B_r - \frac{\dot{l}_{ce}^N}{f_{ac}} \right)}{B_r - \frac{\dot{l}_{ce}^N}{f_{ac}}} \quad (6)$$

Siendo $A_r = 0.41$, $B_r = 5.2$, $\dot{l}_{ce}^N = \dot{l}_{ce} / l_{ce}^{opt}$, $f_{iso} = f_{iso}(w, l_{ce}^{opt}, l_{ce})$ es la fuerza isométrica relativa a la fuerza isométrica máxima que puede realizar el elemento contráctil y $f_{ac} = \min(1, 3.33a)$. Una descripción detallada de los parámetros de la Ec. (6) puede consultarse en [1]. Los parámetros que aparecen en las Ecs. (1-6) se muestran en la Tabla (1), obtenida de [1]. A partir de las Ecs. (1-6), la dinámica de contracción del modelo muscular de Hill se puede expresar como la ecuación diferencial no lineal de primer orden [1-2, 14]:

$$\frac{df_{mt}}{dt} = h(a, f_{mt}, l_{mt}, \dot{l}_{mt}) \quad (7)$$

La dinámica de contracción depende entonces de la longitud total del músculo l_{mt} y de su velocidad de contracción \dot{l}_{mt} , que se pueden calcular directamente a partir de las coordenadas generalizadas del modelo multicuerpo que representa el esqueleto, y de la historia de las activaciones musculares provenientes del sistema nervioso central.

OPTIMIZACIÓN ESTÁTICA

Los métodos de optimización estática (OE) basados en dinámica inversa son los más empleados para estimar las fuerzas musculares en las extremidades inferiores durante la marcha. En este enfoque se resuelve en primer lugar la dinámica inversa a nivel articular, esto es, se determinan los momentos motores que producen un determinado movimiento conocido resolviendo la ecuación [1-4]:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \Phi_{\mathbf{q}}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{Q} \quad (8)$$

Donde \mathbf{M} es la matriz de masas, $\Phi_{\mathbf{q}}$ es el Jacobiano del vector de restricciones, $\ddot{\mathbf{q}}$ es el vector de aceleraciones, \mathbf{Q} es el vector de fuerzas generalizadas y $\boldsymbol{\lambda}$ son los multiplicadores de Lagrange. A partir de la cinemática del movimiento y de los parámetros antropométricos del modelo, la Ec. (8) permite determinar los

momentos articulares resultantes y las fuerzas de contacto pie-suelo a partir de los correspondientes multiplicadores de Lagrange.

Tabla 1. Parámetros musculares.

	l_{ce}^{opt} (m)	w	f_0 (N)	l_{is} (m)	α (°)	l_{m0} (m)	r_a (m)	r_k (m)	r_h (m)
Psoas	0.102	1.298	821	0.142	7.5	0.248	0	0	-0.050
RF	0.081	1.443	663	0.398	5.0	0.474	0	0.050	-0.034
Glu	0.200	0.625	1705	0.157	3.0	0.271	0	0	0.062
BF	0.104	1.197	1770	0.334	7.5	0.383	0	-0.034	0.072
Vas	0.093	0.627	7403	0.223	4.4	0.271	0	0.043	0
Gas	0.055	0.888	1639	0.420	14.3	0.404	0.053	-0.020	0
TA	0.082	0.442	1528	0.317	6.0	0.464	-0.037	0	0
Sol	0.055	1.039	3883	0.245	23.6	0.201	0.053	0	0

El problema de reparto muscular se resuelve entonces para cada instante minimizando una determinada función objetivo J (por ejemplo el coste metabólico o la suma de las tensiones a las que están sometidas los músculos) sujeta a la restricción que representa la igualdad de la suma de los momentos que desarrolla cada músculo respecto a una articulación con el momento resultante en esa articulación calculado mediante dinámica inversa. La optimización estática basada en dinámica inversa puede formularse como [7-10]:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & J(\mathbf{F}_{mt}) \\ \text{s.a.} \quad & \mathbf{R} \cdot \mathbf{F}_{mt} = \mathbf{T} \\ & 0 \leq \mathbf{F}_{mt} \leq \mathbf{F}_0 \end{aligned} \quad (9)$$

Siendo $\mathbf{F}_{mt} = [f_{mt,1}, \dots, f_{mt,N}]^T$ el vector de esfuerzos musculares en cada instante, N el número de unidades músculo-tendón que actúan el modelo multicuerpo, \mathbf{R} el vector de los brazos de los momentos que realiza cada músculo respecto a la articulación que actúa y \mathbf{T} el vector de momentos resultantes a nivel articular en cada instante. Los puntos de inserción de las unidades músculo-tendón en el sistema esquelético permiten hallar los brazos de los momentos respecto a las articulaciones que cada músculo actúa. Este brazo, multiplicado por la fuerza generada por el músculo, representa la contribución de este músculo al momento resultante en la articulación. Los brazos de los momentos se definen habitualmente como la distancia entre la línea de acción del músculo y el eje de rotación de la articulación. Los valores de estos brazos en las articulaciones del tobillo r_a , la rodilla r_k y la cadera r_h se pueden consultar en la Tabla (1).

La segunda restricción de la Ec. (9) implica que las fuerzas musculares se encuentren dentro de límites fisiológicos, esto es, que los músculos deban trabajar contrayéndose y no puedan sobrepasar su fuerza isométrica máxima f_0 , siendo $\mathbf{F}_0 = [f_{0,1}, \dots, f_{0,N}]^T$.

La función objetivo más empleada es de la forma [7-10]:

$$J(\mathbf{F}_{mt}) = \sum_{j=1}^N \left(\frac{f_{mt,j}}{C_j} \right)^n \quad (10)$$

Siendo C_j una constante específica de cada músculo conocida como sección transversal fisiológica (Physiological Cross-Section Area, PCSA), relacionada mediante un factor de escala con la fuerza isométrica máxima $f_{0,j}$, y $n = 2$ ó $n = 3$. Esta función de coste minimiza la suma de la potencia n-ésima de los esfuerzos o tensiones en cada músculo.

Los métodos de OE tienen un coste computacional bajo comparados con las formulaciones dinámicas, sin embargo, su gran inconveniente es que no tienen en cuenta la dinámica de contracción muscular en el proceso de

reparto, por lo que pueden dar lugar a soluciones fisiológicamente inconsistentes. Para superar esta desventaja se puede utilizar un esquema de optimización dinámica, no obstante, su elevado coste computacional lo descarta en la práctica.

OPTIMIZACIÓN ESTÁTICA-FISIOLÓGICA

En esta sección se propone una versión modificada del esquema de optimización estática, denominada optimización estática-fisiológica (OEF) que considera la dinámica de contracción muscular y tiene un reducido coste computacional en comparación con la optimización dinámica. Este nuevo esquema asegura la consistencia fisiológica de los esfuerzos musculares obtenidos.

El proceso de optimización estática-fisiológica propuesto consta de dos etapas: en la primera etapa se resuelve el problema inverso de contracción muscular suponiendo que las activaciones musculares son máximas y en la segunda fase se obtienen mediante optimización estática las activaciones compatibles con los momentos articulares calculados mediante dinámica inversa.

En la primera fase del proceso, dado el movimiento muscular l_{mt} , \dot{l}_{mt} obtenido a partir de las coordenadas generalizadas del modelo multicuerpo y de las longitudes iniciales de las unidades músculo-tendón l_{m0} (Tabla (1)) se calcula la historia de las fuerzas musculares $f_{mt}^*(t)$ suponiendo que las activaciones musculares son máximas en cualquier instante $\mathbf{A} = [a_1, \dots, a_N]^T = [1, \dots, 1]^T$. Resumidamente, se integra para cada unidad músculo-tendón de Hill la ecuación:

$$\frac{df_{mt}^*}{dt} = h(a = 1, f_{mt}^*, l_{mt}, \dot{l}_{mt}) \quad (11)$$

Con lo que se obtienen las fuerzas musculares máximas $f_{mt}^*(t)$, compatibles con la fisiología muscular, que podrían desarrollarse en cada instante temporal. En la segunda etapa, se recalculan mediante un proceso de optimización estática las activaciones $\mathbf{A} = [a_1, \dots, a_N]^T$ que son compatibles con los momentos motores a nivel articular. Este proceso supone escalar mediante las activaciones neuronales las fuerzas máximas disponibles en cada instante desde un punto de vista fisiológico para cumplir la igualdad de momentos a nivel articular.

Se proponen dos funciones de coste diferentes:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad J(\mathbf{A}) &= \sum_{j=1}^N \left(\frac{a_j f_{mt,j}^*}{C_j} \right)^2 \\ \text{s.t.} \quad \mathbf{R} \cdot \mathbf{A} \mathbf{F}_{mt}^* &= \mathbf{T} \\ 0 &\leq a_j \leq 1 \end{aligned} \quad (12)$$

En este caso la función de coste adoptada es la misma que en el caso de la optimización estática, siendo $\mathbf{A} \mathbf{F}_{mt}^* = [a_1 \cdot f_{mt,1}^*, \dots, a_N \cdot f_{mt,N}^*]^T$

El segundo esquema se basa en la minimización de la potencia desarrollada por el sistema muscular en cada instante. La potencia desarrollada por cada músculo en cada instante se puede aproximar por:

$$\dot{W}_j \approx -f_{mt,j} \dot{l}_{mt,j} \quad (13)$$

puesto que un músculo produce una potencia positiva si $\dot{l}_{mt,j}$ es negativa como resultado de la contracción muscular [1-2]. El problema de optimización es ahora:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad J(\mathbf{A}) &= \sum_{j=1}^N (\dot{W}_j)^2 = \sum_{j=1}^N (-a_j f_{mt,j}^* \dot{l}_{mt,j})^2 \\ \text{s.t.} \quad \mathbf{R} \cdot \mathbf{A} \mathbf{F}_{mt}^* &= \mathbf{T} \\ 0 &\leq a_j \leq 1 \end{aligned} \quad (14)$$

RESULTADOS

Los tres esquemas anteriores (Ec. (9), Ec. (12) y Ec. (14)) se aplicaron al cálculo de los esfuerzos musculares durante la marcha normal humana. Como datos cinemáticos de entrada al análisis dinámico inverso se emplearon los conocidos datos de muestra de marcha humana normal de D.A. Winter [18] correspondientes a un ciclo de marcha normal de una mujer de 55.75 kg muestreados a 70 Hz durante 1 segundo. La Fig. (3a) muestra las diferentes fases de la marcha humana normal.

Para resolver los problemas de optimización Ec. (9), Ec. (12) y Ec. (14) se emplea la rutina `fmincon` implementada en el Toolbox de Optimización de Matlab. Esta función, basada en el gradiente de la función objetivo, utiliza un método de Programación Cuadrática Secuencial (SQP).

Las Figs. (3b) y (3c) representan los esfuerzos musculares obtenidos mediante OE y OEF. Los esfuerzos calculados mediante OE y OEF empleando la Ec. (9) y la Ec. (12) son prácticamente coincidentes. Este resultado está de acuerdo con el obtenido por [9], puesto que en la marcha los esfuerzos calculados mediante optimización estática y dinámica son prácticamente equivalentes, debido a las bajas velocidades de contracción muscular. Por otra parte, la minimización de la potencia desarrollada por los músculos Ec. (14) produce historias de esfuerzo muscular con diferencias más significativas, en especial en los músculos tibial anterior (TA) y Gastrocnemio (Gas).

Respecto al coste computacional de cada formulación, en cada caso el número de variables de diseño es 8 (fuerzas musculares en OE o activaciones musculares en OEF respectivamente) y cada problema debe resolverse un número de veces igual al de instantes de tiempo (70 veces). El tiempo de computación para OE fue de 10.31 segundos. Para resolver el problema de OEF en primer lugar se integró la Ec. (11) de dinámica muscular mediante el método de Euler, (0.44 segundos). Posteriormente, los problemas de optimización Ec. (12) y Ec. (14) se resolvieron en 8.54 segundos y 2.7 segundos respectivamente. En los tres casos, el punto inicial es cero. Estos resultados ponen de manifiesto que el coste computacional del esquema propuesto es bajo comparado con otras formulaciones estático-fisiológicas propuestas en la bibliografía [1-2,14].

DISCUSIÓN

En este trabajo se propone un método de optimización estática-fisiológica de bajo coste como una alternativa viable a la optimización dinámica de sistemas músculo-esqueléticos detallados. La formulación propuesta aúna el bajo coste computacional de la optimización estática y la consistencia fisiológica de los modelos de optimización estática-fisiológica. La contribución de este método es la integración de la ecuación diferencial de la dinámica de contracción muscular por separado de la resolución del problema de minimización. El esquema de optimización se aplica al cálculo de los esfuerzos musculares en el tren inferior durante la marcha normal en un modelo multicuerpo de 12 segmentos actuado por 8 unidades músculo-tendón de Hill. Aunque los resultados obtenidos son prometedores, esta nueva formulación está aún en una fase incipiente de desarrollo y futuros trabajos en esta línea deben estudiar los siguientes aspectos:

- Aplicación a modelos de cuerpo completo y actividades físicas explosivas (carrera, salto) donde la velocidad de contracción muscular es mayor.
- Consideración de la dinámica de excitación neuronal-activación muscular en el modelo.
- Comparación con los resultados obtenidos con otros esquemas de optimización fisiológica propuestos y extensión del esquema de optimización a una función de coste global (coste metabólico por unidad de distancia recorrida).
- Evaluación de la bondad de la solución obtenida mediante comparación de los resultados de excitación-activación muscular con medidas de electromiografía (EMG).
- Aplicación a la determinación de esfuerzos musculares durante la marcha patológica de lesionados medulares, amputados, etc.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación del bajo el proyecto DPI2009-13438-C03. Los autores agradecen el soporte económico recibido.

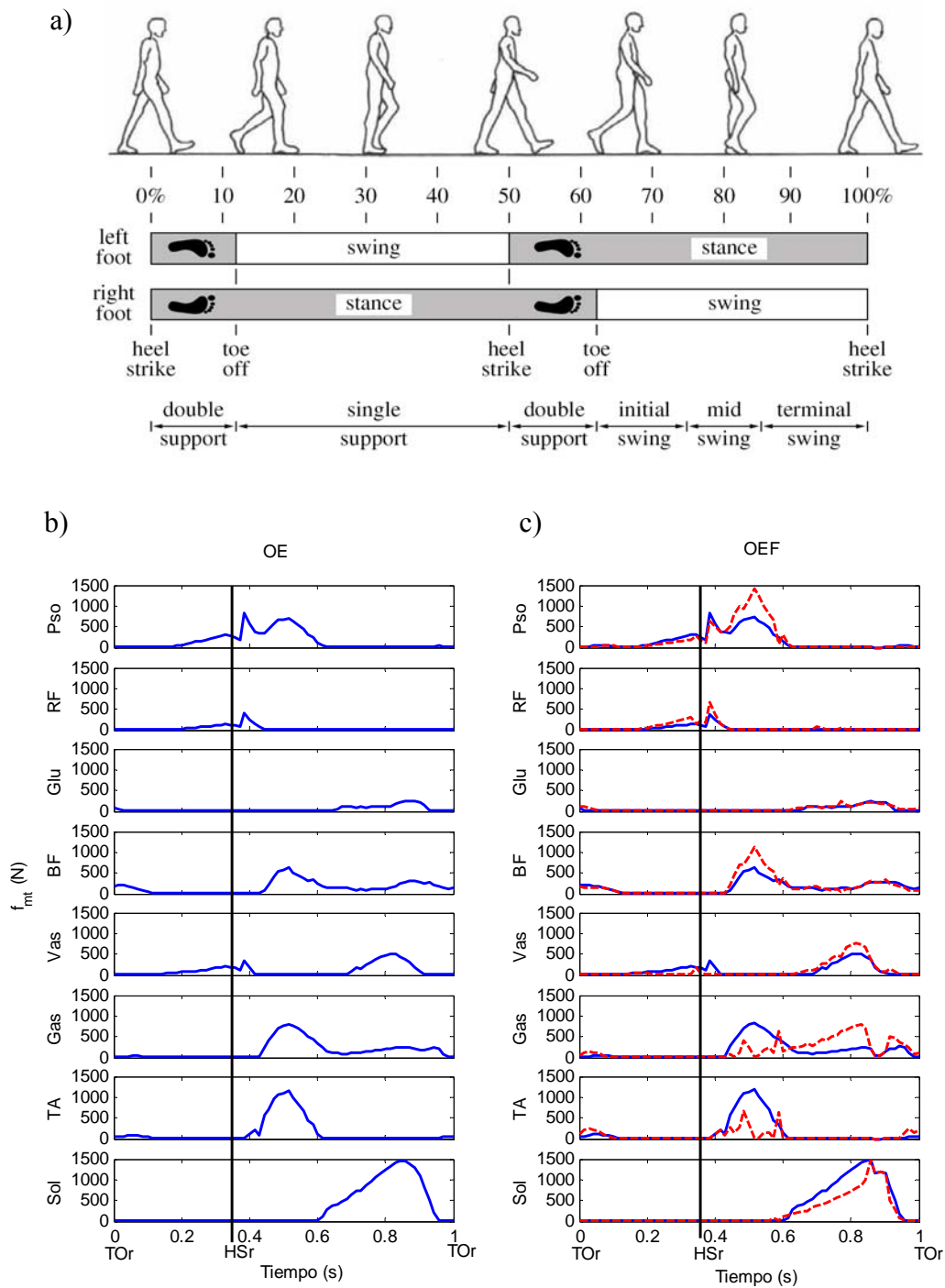


Fig. 3. Resultados. a) Fases de la marcha humana. Fuente: [1]. b) Fuerzas musculares obtenidas mediante optimización estática. c) Fuerzas musculares obtenidas mediante optimización estática fisiológica. En línea continua se representan los resultados obtenidos mediante la función objetivo Ec. (12) y en línea discontinua los resultados obtenidos mediante la función objetivo Ec. (14). TO_r- despegue de los dedos del pie (toe off) derecho; HS_r impacto del talón (heel strike) del pie derecho. La línea vertical continua separa las fases de balanceo (swing) y apoyo (stance).

REFERENCIAS

- [1] M. Ackermann, W. Schiehlen, *Dynamic analysis of human gait disorder and metabolic cost estimation*, Arch. Appl. Mech., 75 (2006), 569-594.
- [2] M. Ackermann, *Dynamics and energetics of walking with prostheses*, Ph.D. thesis, University of Stuttgart, Stuttgart, (2007).
- [3] M.P.T. Silva, *Human motion analysis using multibody dynamics and optimization tools*, Ph.D. thesis, Instituto de Engenharia Mecânica, Lisboa, (2004).
- [4] S. E. Rodrigo, J. A. C. Ambrósio, M. P. T. Silva, O. H. Penisi, *Analysis of Human Gait Based on Multibody Formulations and Optimization Tools*, Mechanics Based Design of Structures and Machines, 36 (2008), 446-477.
- [5] B.M. Nigg, W. Herzog (Eds.), *Biomechanics of the musculo-skeletal system*, 2nd ed., Wiley, (1999).
- [6] J. Ambrósio, A. Kecskeméthy, *Multibody Dynamics of Biomechanical Models for Human Motion via Optimization*. Multibody Dynamics: Computational Methods and Applications, Springer, (2007), 245-272.
- [7] R. Crowninshield, R. A. Brand, *A physiologically based criterion of muscle force prediction in locomotion*, J. Biomech., 14 (1981), 793-801.
- [8] G.T. Yamaguchi, D.W. Moran, J. Si, *A computationally efficient method for solving the redundant problem in biomechanics*, J. Biomech., 28 (1995), 999-1005.
- [9] F.C. Anderson, M.G. Pandy, *Static and dynamic optimization solutions for gait are practically equivalent*, J. Biomech., 34 (2001), 153-161.
- [10] C. Rengifo, Y. Aoustin, F. Plestan, C. Chevallereu, *Distribution of forces between synergistics and antagonistics muscles using an optimization criterion depending on muscle contraction behaviour*. J. Biomech. Eng., 132 (2010), 1-11.
- [11] F.C. Anderson, M.G. Pandy, *Dynamic optimization of human walking*, J. Biomech. Eng., 123 (2001), 381-390.
- [12] L.L. Menegaldo, A.T. Fleury, H.I. Weber, *A 'cheap' optimal control approach to estimate muscles forces in musculoskeletal systems*. J. Biomech., 39 (2006), 1787-1795.
- [13] D.G. Thelen, F.C. Anderson, *Using computed muscle control to generate forward dynamic simulations of human walking from experimental data*, J. Biomech., 39 (2006), 321-328.
- [14] G. Pipeleers, B. Demeulenaere, I. Jonkers, P. Spaepen, G. Van der Perre, A. Spaepen, J. Swevers, J. De Schutter, *Dynamic simulation of human motion: numerically efficient inclusion of muscle physiology by convex optimization*, Optim. Eng., 9 (2008), 213-238.
- [15] R. Dumas, L. Cheze, J. P. Verriest, *Adjustments to McConville et al. and Young et al. body segment inertial parameters*. Journal of Biomech., 40, 3 (2007), 543-553. Corrigendum Journal of Biomech. 40, 7 (2007), 1651-1652.
- [16] A. Hill, *The heat of shortening and the dynamic constants of muscle*. Proc. R. Soc. London Ser. B, 126 (1938), 136-195.
- [17] F. Zajac, *Muscle and tendon: properties, models, scaling and applications to biomechanics and motor control*. Crit. Rev. Biomed. Eng., 17 (1989), 359-411.
- [18] D.A. Winter, *Biomechanics and Motor Control of Human Gait: Normal, Elderly and Pathological*, 2nd ed., Waterloo. Ontario: University of Waterloo Press, (1991).